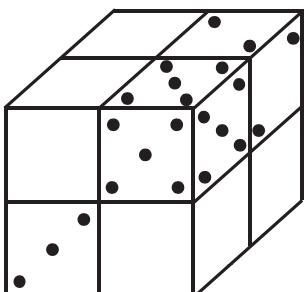


10.1. Пусть a, b, c — последовательные члены арифметической прогрессии, а x, y, z — последовательные члены геометрической прогрессии, состоящей из положительных чисел. Докажите равенство $x^b \cdot y^c \cdot z^a = x^c \cdot y^a \cdot z^b$.

10.2. На стороне AC треугольника ABC отметили точку D ; в треугольниках ABD и BCD отметили центры вписанных окружностей — точки O и Q соответственно. Можно ли около четырёхугольника $BODQ$ описать окружность? Ответ обосновать. В параллелограмме $ABCD$ известны угол $\angle A = \alpha$ и диагональ $BD = d$. Пусть M и N — основания высот, опущенных из вершины B на прямые CD и AD соответственно. Найдите MN .



К условию
задачи 10.3

10.3. Имеется восемь единичных кубиков. На каждой грани каждого из этих кубиков поставлены точки (как на kostochkakh domino), при этом на всех гранях каждого кубика поставлено одно и то же число точек. Из этих кубиков составили куб со стороной 2. Оказалось, что на всех шести гранях этого куба точек тоже поровну. Количество точек на гранях трёх единичных кубиков известны (см. рисунок).

а) Можно ли определить количества точек на гранях ещё хотя бы одного единичного кубика?

б) Можно ли определить количества точек на гранях всех остальных единичных кубиков? Ответы обосновать.

10.4. На доске записано выражение

$$10 : 9 : 8 : 7 : 6 : 5 : 4 : 3 : 2 : 1.$$

В нём требуется расставить скобки (одну или несколько пар) так, чтобы значение выражения оказалось целым числом. Каким наименьшим числом оно может при этом оказаться? Ответ обосновать.

10.5. На плоскости расположены квадрат со стороной 1 (назовём его *большим*) и m маленьких квадратов со стороной $a < 1$. Известно, что соответствующие стороны всех квадратов (и большого, и маленьких) параллельны, центры всех маленьких квадратов принадлежат большому квадрату, а маленькие квадраты попарно не пересекаются. Докажите неравенство $\sqrt{m} - 1 \leq \frac{1}{a}$.

10.6. На острове Невезения с населением 96 человек правительство решило провести пять законов. Каждым законом недовольна ровно половина всех граждан. Гражданин выходит на митинг в том и только том случае, когда он недоволен более, чем половиной всех законов. Какое наибольшее число людей может выйти на митинг? Ответ обосновать.