

Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по информатике

в 2016 – 2017 учебном году

Разборы решений и идеи тестов

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по информатике
в 2016 – 2017 учебном году
8 класс

Время выполнения задач — 4 часа

Ограничение по времени — 2 секунды на тест

Ограничение по памяти — 64 мегабайта

8.1. «Наибольшая величина». Вводятся два целых числа a и b . Вывести большее из чисел a , b и $a \cdot b$.

Формат входа: В единственной строке через пробел заданы два целых числа a и b , по модулю не превосходящие 30000.

Формат выхода: Выведите единственное целое число — наибольшее из указанных величин.

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
-5 2	2

8.2. «Наибольший нечётный делитель». На уроках математики Петя Торопыжкин прошёл делимость целых чисел. Теперь он желает знать, как по заданному натуральному числу определить его наибольший нечётный делитель. (Заметим, что хотя бы один нечётный делитель есть у всякого натурального числа — это единица.) Помогите Пете, написав программу, которая по заданному натуральному числу вычисляла бы его наибольший нечётный делитель.

Формат входа: В единственной входной строке задано натуральное число n ($1 \leq n \leq 30\,000$).

Формат выхода: Выведите единственное натуральное число — наибольший нечётный делитель числа n .

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
6	3

8.3. «Вкусная газировка». Для организации классного праздника в школе Пете Торопыжкину поручили купить не менее L литров вкусной газировки. Обезав n окрестных магазинов, Петя узнал, что в i -м магазине эта газировка продаётся в бутылках по v_i литров за p_i руб. за бутылку. Конечно, бутылки можно покупать только целиком. Для оптимизации процесса Петя хочет купить всю необходимую воду в одном магазине. Какую минимальную сумму должен попросить Петя на требуемую покупку?

Формат входа: В первой строке через пробел заданы два натуральных числа: L — требуемый объём покупки ($1 \leq L \leq 10^4$) — и n — количество магазинов ($1 \leq n \leq 1000$). В следующих n строках задана информация о магазинах: в i -й строке через пробел заданы натуральные числа v_i и p_i — объём бутылки и её цена в i -м магазине ($1 \leq v_i \leq 10^4$, $1 \leq p_i \leq 1000$).

Формат выхода: Выведите единственное натуральное число — минимальную стоимость требуемой покупки.

Пример

Вход: Выход:

10 3 90

2 20

7 45

3 25

8.4. «Архивирование информации». Пете Торопыжкину пришла в голову идея нового оригинального метода сжатия информации. А именно, если в тексте какая-либо конечная часть предыдущего слова совпадает с начальной частью следующего слова, то её можно записать только один раз! Соответственно, ему нужна процедура, которая для двух заданных слов ищет такую часть, наибольшую по длине. Напишите программу, которая для двух заданных слов выдаёт длину такой общей части.

Формат входа: В двух строках заданы два непустых слова: первое — в первой, второе — во второй. Слова — последовательности заглавных символов латинского алфавита длиной не более 255 символов.

Формат выхода: Выведите единственное целое число, длину максимальных совпадающих частей слов: последней части первого слова и начальной части второго.

Пример 1

Вход: Выход:

ABC 2

VCD

Пример 2

Вход: Выход:

ABC 0

EFG

8.5. «Ремонт — как два пожара». Родители Пети Торопыжкина затеяли ремонт. Однажды его послали в строительный магазин, чтобы купить c кг цементной смеси. Придя в магазин, он обнаружил смеси от n производителей; все абсолютно одинакового качества. Имеется s_i мешков смеси i -го производителя по p_i кг в мешке за r_i руб. мешок; впрочем, имеется возможность раскрывать мешок и покупать любую часть смеси из мешка. Какую наименьшую сумму должен потратить Петя, чтобы купить необходимое количество смеси? Гарантируется, что суммарные запасы смеси в магазине достаточны для осуществления покупки.

Формат входа: В первой строке через пробел заданы два натуральных числа: c ($1 \leq c \leq 10^9$) — требуемый вес смеси — и n ($1 \leq n \leq 20\,000$) — количество произ-

водителей смеси. В следующих n строках записано по три натуральных числа s_i , p_i и r_i ($1 \leq s_i, p_i \leq 10^4$, $1 \leq r_i \leq 10^5$), характеризующих запасы i -го вида смеси.

Формат выхода: Выведите единственное число — минимальную сумму в рублях, за которую Петя сможет приобрести требуемое количество смеси. Поскольку ответ может быть нецелым, выведите его с двумя точными цифрами после запятой (то есть с точностью до копеек).

Пример

<u>Вход:</u>	<u>Выход:</u>
40 3	1226.66667
1 24 720	
3 20 700	
2 30 950	

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по информатике
в 2016 – 2017 учебном году
8 класс. Разбор решений и идеи тестов

8.1. «Наибольшая величина». Вводятся два целых числа a и b . Вывести большее из чисел a , b и $a \cdot b$.

Данная задача носит утешительный характер и подразумевает прямое написание требуемого небольшого алгоритма.

Идеи тестов:

- 1–4. Случайные тесты, оба числа положительные.
- 5–8. Случайные тесты, оба числа отрицательные.
- 9–12. Случайные тесты, числа разных знаков.
- 13–16. Случайные тесты, одно число положительное, другое ноль.
- 17–20. Случайные тесты, одно число отрицательное, другое ноль.

8.2. «Наибольший нечётный делитель». На уроках математики Петя Торпыжкин прошёл делимость целых чисел. Теперь он желает знать, как по заданному натуральному числу определить его наибольший нечётный делитель. (Заметим, что хотя бы один нечётный делитель есть у всякого натурального числа — это единица.) Помогите Пете, написав программу, которая по заданному натуральному числу вычисляла бы его наибольший нечётный делитель.

Решение данной задачи несложно, хотя требует несложных размышлений о природе делителей числа. Наибольший нечётный делитель получается из числа, если мы из его разложения на простые множители удалим множитель вида 2^k . С точки зрения самого числа удаление такого сомножителя эквивалентно делению на двойку в максимально возможной степени или последовательному делению на 2, пока это возможно.

Идеи тестов:

- 1. $n = 1$.
- 2–5. Случайные тесты, n — нечётное число.
- 6–10. Случайные тесты, n — степень двойки.
- 11–15. Случайные тесты, n — чётное число, двойка входит в разложение на простые множители в первой степени.
- 16–20. Случайные тесты, n — чётное число, двойка входит в разложение на простые множители в степени, большей 1.

8.3. «Вкусная газировка». Для организации классного праздника в школе Пете Торпыжкину поручили купить не менее L литров вкусной газировки. Обезав n окрестных магазинов, Петя узнал, что в i -м магазине эта газировка

продаётся в бутылках по v_i литров за p_i руб. за бутылку. Конечно, бутылки можно покупать только целиком. Для оптимизации процесса Петя хочет купить всю необходимую воду в одном магазине. Какую минимальную сумму должен попросить Петя на требуемую покупку?

По мнению программного комитета, данная задача для восьмиклассников имеет среднюю сложность, включая моменты, связанные как с алгоритмической частью, так и с программистской.

В целом, требуется реализовать классический алгоритм поиска минимума из заданного набора чисел, который известен тем восьмиклассникам, которые изучают программирование. Однако тонкость заключается в том, что набор, по которому надо искать минимум, не задан явно, а должен вычисляться на основе исходных данных. В рамках практической постановки основным вопросом является вычисление количества бутылок, которые нужно купить в каждом конкретном магазине. С формальной точки зрения для каждого v_i требуется найти наименьшее число res , при умножении на v_i дающее результат, не меньший L . На Паскале такое вычисление можно произвести следующим образом:

```
res := L div v_i;  
if L mod v_i <> 0 then res := res + 1;
```

После чего, найденное количество бутылок умножается на их стоимость и из получаемых величин находится минимум.

В данном случае, исходные данные можно не хранить в памяти, а считывать и обрабатывать. При этом для начального значения минимума нужно взять какое-нибудь достаточно большое положительное число («плюс бесконечность»).

Идеи тестов:

1. Один магазин, L кратно v_1 .
2. Один магазин, L не кратно v_1 .
3. Один магазин, L меньше v_1 .
4. Два магазина, L кратно обоим v_i .
5. Два магазина, L не кратно обоим v_i .
6. Два магазина, L кратно обоим v_1 , но не кратно v_2 .
7. Два магазина, L меньше обоих v_i .
8. Максимальный тест, $n = 1000$, L кратно всем v_i .
9. Максимальный тест, $n = 1000$, L не кратно ни одному v_i .
10. Максимальный тест, $n = 1000$, L кратно некоторым v_i , но не всем.
11. Максимальный тест, $n = 1000$, L меньше всех v_i .
- 12–14. Случайные тесты, L кратно всем v_i .
- 15–17. Случайные тесты, L не кратно ни одному v_i .
- 18–20. Случайные тесты, L кратно некоторым v_i , но не всем.

8.4. «Архивирование информации». Пете Торопыжскину пришла в голову идея нового оригинального метода сжатия информации. А именно, если в тек-

сте какая-либо конечная часть предыдущего слова совпадает с начальной частью следующего слова, то её можно записать только один раз! Соответственно, ему нужна процедура, которая для двух заданных слов ищет такую часть, наибольшую по длине. Напишите программу, которая для двух заданных слов выдаёт длину такой общей части.

При заданных ограничениях данная задача позволяет лобовое решение — прямой перебор возможных длин совпадающих частей и проверку совпадения. Однако задача требует достаточной техники для своего решения, поэтому программный комитет считает её сложность выше среднего.

Идеи тестов:

1. У строк нет перекрывающихся частей, строки длины 1.
2. У строк нет перекрывающихся частей, первая строка длины 1, вторая строка длиннее.
3. У строк нет перекрывающихся частей, вторая строка длины 1, первая строка длиннее.
4. У строк нет перекрывающихся частей, первая строка длины 255, вторая строка короче.
5. У строк нет перекрывающихся частей, вторая строка длины 255, первая строка короче.
6. У строк нет перекрывающихся частей, длины обеих строк 255.
7. Строки совпадают, длина строк 1.
8. Строки совпадают, длина строк больше 1, но меньше 255.
9. Строки совпадают, длина строк 255.
10. Первая строка является началом второй, длина первой строки 1, длина второй меньше 255.
11. Первая строка является началом второй, длина первой строки 1, длина второй равна 255.
12. Первая строка является началом второй, длина первой строки больше 1, длина второй меньше 255.
13. Первая строка является началом второй, длина первой строки больше 1, длина второй равна 255.
14. Вторая строка является концом первой, длина второй строки 1, длина первой меньше 255.
15. Вторая строка является концом первой, длина второй строки 1, длина первой равна 255.
16. Вторая строка является концом первой, длина второй строки больше 1, длина первой меньше 255.
17. Вторая строка является концом первой, длина второй строки больше 1, длина первой равна 255.
18. У строк есть перекрывающаяся часть длины 1, длины строк меньше 255.

19. У строк есть перекрывающаяся часть длины больше 1, длины строк меньше 255.
20. У строк есть перекрывающаяся часть длины 1, длина первой строки 255, длина второй строки меньше 255.
21. У строк есть перекрывающаяся часть длины больше 1, длина первой строки 255, длина второй строки меньше 255.
22. У строк есть перекрывающаяся часть длины 1, длина второй строки 255, длина первой строки меньше 255.
23. У строк есть перекрывающаяся часть длины больше 1, длина второй строки 255, длина первой строки меньше 255.
24. У строк есть перекрывающаяся часть длины 1, длины строк 255.
25. У строк есть перекрывающаяся часть длины больше 1, длины строк 255.
- 26–50. Случайные тесты с ненулевой перекрывающейся частью.

8.5. «Ремонт — как два пожара». Родители Пети Торопыжкина затеяли ремонт. Однажды его послали в строительный магазин, чтобы купить s кг цементной смеси. Придя в магазин, он обнаружил смеси от n производителей; все абсолютно одинакового качества. Имеется s_i мешков смеси i -го производителя по p_i кг в мешке за r_i руб. мешок; впрочем, имеется возможность раскрывать мешок и покупать любую часть смеси из мешка. Какую наименьшую сумму должен потратить Петя, чтобы купить необходимое количество смеси? Гарантируется, что суммарные запасы смеси в магазине достаточны для осуществления покупки.

Данная задача имеет высокую сложность. Однако в основном сложность обуславливается большим количеством несложных блоков, которые нужно соединить вместе для получения решения. Таким образом, для успешного решения данной задачи требуется определенный технический уровень подготовки.

Формализуя задачу, с учётом того, что разрешается вскрывать мешки и брать любую часть мешка, можно перейти к учёту смесей по килограммам. То есть можно сказать, что в магазине имеется n видов смеси, причём смеси вида i имеется $s_i \cdot p_i$ килограммов стоимостью r_i/p_i руб за килограмм.

Далее не очень сложно догадаться о жадной стратегии набора необходимого количества смеси: сначала выбираем всю самую дешёвую смесь, затем смесь, вторую по величине цены и т.д., пока не наберется нужное количество смеси. То есть наборы нужно отсортировать по возрастанию цены за килограмм. Заметим, что ограничения таковы, что на больших тестах требуется быстрая сортировка. Квадратичные сортировки (типа пузырьковой) не уложатся во времени. Тесты таковы, что правильное решение, но с неоптимальной сортировкой, получит около 75% баллов.

Идеи тестов:

1. В магазине присутствует смесь только одного производителя, купить надо не всю её.
2. В магазине присутствует смесь только одного производителя, купить надо всю её.
3. В магазине присутствует смесь двух производителей, запасы дешёвой смеси больше, чем требуемая покупка.
4. В магазине присутствует смесь двух производителей, запасы дешёвой смеси равны требуемой покупке.
5. В магазине присутствует смесь двух производителей, запасы дешёвой смеси недостаточны для покупки, покупка меньше, чем суммарный запас смеси.
6. В магазине присутствует смесь двух производителей, запасы дешёвой смеси недостаточны для покупки, покупка равна суммарному запасу смеси.
7. Большой, но не максимальный тест, запасы дешёвой смеси больше, чем требуемая покупка.
8. Большой, но не максимальный тест, запасы дешёвой смеси равны требуемой покупке.
9. Большой, но не максимальный тест, запасы дешёвой смеси недостаточны для покупки, но второй по стоимости смеси больше, чем требуется.
10. Большой, но не максимальный тест, запасы двух дешёвых смесей равны требуемой покупке.
- 11–20. Случайные большие, но не максимальные тесты.
21. Максимальный тест, $n = 20000$, для покупки достаточно одной самой дешёвой смеси.
22. Максимальный тест, $n = 20000$, для покупки достаточно двух самых дешёвых смесей.
23. Максимальный тест, $n = 20000$, для покупки нужно взять весь запас смеси в магазине.
- 24–25. Случайные максимальные тесты.