Шифр

22 ноября 2017 года

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ 2017/2018 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 8 классов

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 4 часа.

Желаем вам успеха!

8.1. В классе больше 20, но меньше 30 учеников. При этом в классе тех, кто ходит в шахматный кружок в 2 раза меньше, чем тех, кто не ходит. А тех, кто ходит в шашечный кружок, в 3 раза меньше, чем тех, кто не ходит. Сколько учеников в классе? Приведите все варианты ответа и докажите, что других нет.

8.2. Существуют ли действительные числа x, y, z такие, что

$$\frac{1}{x^2-y^2}+\frac{1}{y^2-z^2}+\frac{1}{z^2-x^2}=0?$$

Ответ обоснуйте.

8.3. На острове рыцарей и лжецов каждого жителя спросили про каждого из остальных: лжец тот или рыцарь. Всего было получено: 42 ответа «рыцарь» и 48 ответов «лжец». Какое наибольшее количество рыцарей могло быть на острове? Ответ обоснуйте. (Известно, что рыцари всегда говорят только правду, а лжецы — только неправду.)

8.4. Существует ли девятизначное натуральное число без нулевых цифр, остатки от деления которого на каждую из его цифр (первую, вторую, ..., девятую) будут попарно различны? Ответ обоснуйте.

8.5. Пусть ABC — равносторонний треугольник со стороной 1 см. Найдите все точки плоскости, для каждой из которых наибольшее из расстояний до вершин этого треугольника равно 1 см. Ответ обоснуйте.

8.6. Можно ли разрезать прямоугольный брусок размером $3 \times 4 \times 5$

а) на 10 прямоугольных брусков попарно различного объема и с целочисленными ребрами;

б) на 11 прямоугольных брусков попарно различного объема и с целочисленными ребрами?

Ответ обоснуйте.